中学校数学科

第３学年

４　関数 $y=ax^2$

［思考力・判断力・表現力を育む問題］

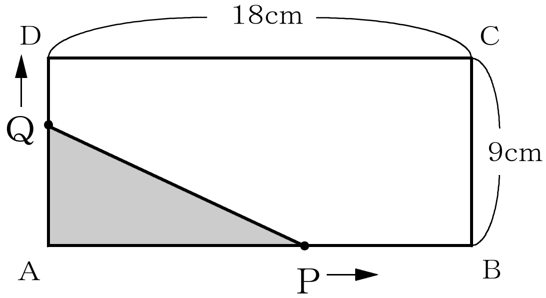
中学校

年　　組　　号 氏名

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題　　年　　組　　号 氏名

■練習問題①

１　右の図のように，縦が９cm，横が18cmの長方形ABCDがあります。点ＰはAB上を毎秒２cmの速さでＡからＢまで動き，点ＱはAD上を毎秒１cmの速さでＡからＤまで動きます。このとき，２点Ｐ，Ｑが同時にＡを出発してから x 秒後の△APQの面積を y cm^2 とするとき，次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。



(1)　点Ｐが辺AB上にあるとき，x 秒後のAPの長さを x を使って表しなさい。

【解答】

cm

(2)　y を x の式で表しなさい。また，x の変域も書きなさい。

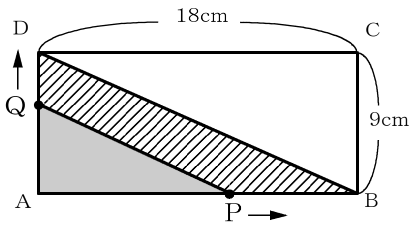
【解答】

式	x の変域　（　　　　≦ x ≦　　　　）

(3)　y の変域を書きなさい。

【解答】

(4)　△APQと四角形PBDQの面積の比が，４：５になるのは，２点Ｐ，Ｑが点Ａを出発してから何秒後ですか。答えを求めるまでの過程をすべて書きなさい。

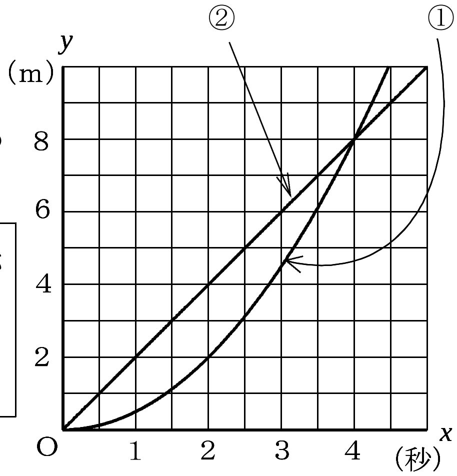


【解答】

数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　　年　　組　　号 氏名

■練習問題②

坂の途中で，かりんさんが静止した状態のボールを手から離したら，ボールは坂道を転がりはじめました。また，かりんさんがボールを手から離すと同時に，まさしさんはボールが転がる同じ方向へ歩き出しました。右の①と②のグラフは，それぞれ次のことを表しています。



①：ボールが転がりはじめてからの x 秒間に，ボールが進んだ距離を y m としたときの x と y の関係。
②：まさしさんが歩き出してからの x 秒間に，まさしさんが進んだ距離を y m としたときの x と y の関係。

このとき，次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

(1)　①のグラフは，原点を頂点とする放物線になっていることから，$y = ax^2$ の関係が成り立つことが分かります。①のグラフについて，x と y の関係を表す式を求めなさい。

【解答】

$y =$

(2)　②のグラフについて，x と y の関係を表す式を求めなさい。

【解答】

$y =$

(3)　ボールが転がりはじめてからの３秒間では，ボールとまさしさんでは，どちらが長い距離を進んでいますか。それぞれ進んだ距離を求めてどちらが何ｍ長いか説明しなさい。

【解答】

(4)　ボールが転がりはじめてから，何秒後にボールはまさしさんに追いつきますか。

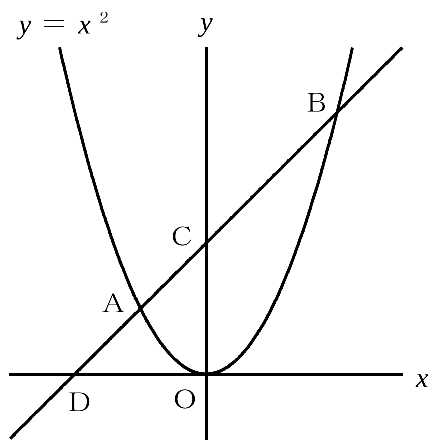
【解答】

秒後

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　　年　　組　　号 氏名

■練習問題③

関数 $y = x^2$ のグラフ上に，x 座標がそれぞれ－１，２となる点Ａ，Ｂをとります。２点Ａ，Ｂを通る直線をかき，この直線と y 軸，x 軸との交点をそれぞれＣ，Ｄとします。このとき，次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。



(1)　点Ａの座標を求めなさい。

【解答】

Ａ（　　　，　　　）

(2)　２点Ａ，Ｂを通る直線の式を求めなさい。

【解答】

$y =$

(3)　△ＡＯＢの面積を求めなさい。また，答えを求めるまでの過程をすべて書きなさい。

【解答】

中学校数学科

第３学年

４　関数 $y = ax^2$

［思考力・判断力・表現力を育む問題］

［解答例］

中学校

年　　組　　号 氏名

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

■練習問題①

1

(1)　$2x$ cm

【ポイント】
点Ｐは辺ＡＢ上を１時間に２cmの速さでＡからＢまで動くことから，x 秒間では $2x$ cm進むことになるね。

(2)　式　$y = x^2$　，　x の変域　（$0 \leqq x \leqq 9$）

【ポイント】
Ａを出発してから x 秒後の△APQの面積 y を x の式で表すには，まずＡを出発してから x 秒後のAP，AQの長さを x で表わすといいね。

AP＝$2x$ cm

また，点Ｑは辺AD上を１秒間に１cmの速さでＡからＤまで動くから，

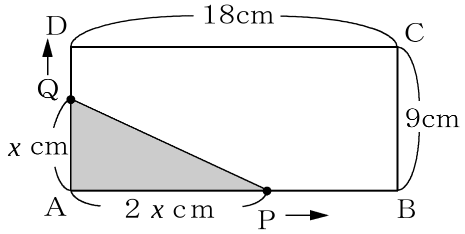
AQ＝ x cm

よって，△APQの面積 y は，

$$y = \frac{1}{2} \times AP \times AQ$$

$$y = \frac{1}{2} \times 2x \times x$$

$$y = x^2$$



点Ｐは，辺AB上をＡからＢまで動くのに，18÷２＝９（秒）かかる。
点Ｑも，辺AD上をＡからＤまで動くのに，９÷１＝９（秒）かかる。
よって，x の変域は，$0 \leqq x \leqq 9$ になるね。

(3)　$0 \leqq y \leqq 81$

【ポイント】
(2)より，x の変域は $0 \leqq x \leqq 9$ だから，y の値は，
$x = 0$ のとき最小で $y = 0$，$x = 9$ のとき最大で $y = 81$ となる。
よって，y の変域は，$0 \leqq y \leqq 81$ となるね。

(4)　△APQと四角形PBDQの面積の比が4:5になるとき，△APQの△ABDの面積の比は，4:9になる。△ABDの面積は81cm²だから，

$$\triangle APQ = 81 \times \frac{4}{9} = 36 \ (\text{cm}^2)$$

$y = x^2$ に，$y = 36$ を代入して，

$36 = x^2$

$x^2 = 36$

$x \geqq 0$ より，$x = 6$　　　(答え)　６秒後

【ポイント】
(2)より，x と y については，$y = x^2$ の関係が成り立つことが分かっている。△APQの面積，つまり，y の値が分かれば，$y = x^2$ に代入することで，求められるね。

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

■練習問題②

(1)　$y = \frac{1}{2}x^2$

【ポイント】
x と y との間には，$y = ax^2$ の関係が成り立つから，グラフ上の座標（x，y）=（２，２）または（４，８）のどちらかを $y = ax^2$ に代入すれば，a の値が求められるね。$x = 2$，$y = 2$ を代入したとすると，

$$2 = a \times 2^2$$
$$4a = 2$$
$$a = \frac{1}{2}$$

よって，求める式は，$y = \frac{1}{2}x^2$ になるね。

(2)　$y = 2x$

【ポイント】
まさしさんは毎秒２ｍの速さで進むので，x 秒間では，$2x$ ｍ進むことになるね。よって，求める式は，$y = 2x$ になるね。

(3)　ボールが３秒間に進んだ距離は，

$y = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2} = 4.5$(m) になる。

また，まさしさんが３秒間に進んだ距離は，

$y = 2 \times 3 = 6$（m） になる。

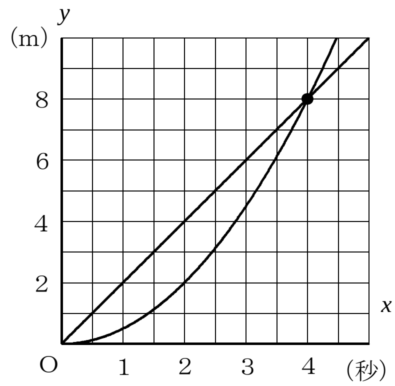
$6 - 4.5 = 1.5$（m）

だから，まさしさんの方が，ボールよりも1.5ｍ長い距離を進んでいる。

【ポイント】
(1)，(2)より，ボールとまさしさんがそれぞれ進んだ時間と距離の関係については，式が分かっているね。だから，$x = 3$ を式に代入してそれぞれ進んだ距離を求めて，比較をすればいいね。

(4)　４秒後

【ポイント】
ボールがまさしさんに追いつく時間は，グラフの放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ と直線 $y = 2x$ が重なる点の x 座標を見れば４秒後に追いつくことが分かるね。
また，$y = \frac{1}{2}x^2$ と $y = 2x$ を，連立方程式とみて解いて求めることもできるね。連立方程式を解くと，$x = 0$，4 になるけれど，$x = 0$ のときは，ボールとまさしさんが進みはじめたときだから，問題の答えにはあてはまらないね。よって，４秒後になるね。



■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

■練習問題③

(1)　A（－１，１）

【ポイント】
関数 $y = x^2$ に $x = -1$ を代入すると，$y = (-1)^2 = 1$
よって，点Aの座標は（－１，１）になるね。

(2)　$y = x + 2$

【ポイント】
２点A，Bを通る直線の式を $y = ax + b$ とすると，
点A（－１，１）を通るから，$1 = -a + b$ ････････①
点B（２，４）を通るから，　$4 = 2a + b$ ････････②
①，②を連立方程式として解くと，①－②より，$3a = 3$
だから $a = 1$ になるね。あとは，$a = 1$ を②に代入して，
$4 = 2 \times 1 + b$ だから $b = 2$ になるね。よって，２点A，Bを通る直線の式は，$y = x + 2$ になるね。

(3)　（解答例①）

△AOBの面積は，△AOCの面積と△BOCの面積の和である。

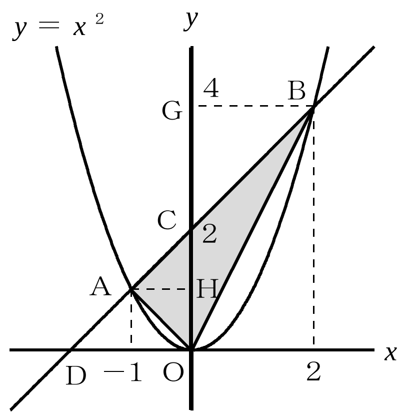
△AOCは，底辺CO＝２，高さAH＝１の三角形と考えることができるので，

△AOC＝ $\frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$

また，△BOCは，底辺CO＝２，高さBG＝２の三角形と考えることができるので，

△BOC＝ $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$

だから，△AOBの面積は，$1 + 2 = 3$



（解答例②）

△AOBの面積は，△BODの面積から△AODの面積をひくことで求められる。
直線ABの式 $y = x + 2$ に $y = 0$ を代入すると，$x = -2$ となるので，Dの座標は（－２，０）となり，OD＝２

△BODと△AODの底辺をともにODと考えると，

△BOD＝ $\frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

△AOD＝ $\frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$

だから，△AOBの面積は，$4 - 1 = 3$